

上越数学教育研究, 第 22 号, 上越教育大学数学教室, 2007 年, pp.133-142.

教科書の効果的な活用を目指した問題解決的授業に関する研究 ーモデルの相互作用の視点からー

小平 美夏

上越教育大学大学院修士課程 1 年

1. はじめに

日本の数学の授業は、長い間、問題解決的授業が目指されてきたと思われる（石田，川寄，1987；飯田，1990；石田，1991）。教科書利用の点から見れば、「教科書を」教えるから、「教科書で」教えるへの転換と言えよう。しかし、現実には、教科書をそのまま教える授業が数多く見られるし、問題解決的授業が、机の中に教科書をしまい込んだまま展開されることがある。本研究の関心事は、問題解決的授業と、効果的な教科書利用との関連を探ることである。言い換えれば、教科書を効果的に授業で用いることで、「結論を導くこと」だけを目的とするのではなく、より高次の「考え方の向上を図ること」ができるかどうかを明らかにしたい。

岡本（1998）は、これまでの教科書を机の中にしまい込んだ状態で行われる問題解決的授業は、「知っている者」が「知らない者」に教えるという授業形態であったと指摘している。そして、教科書を用いずに授業を行うことを学習に対する内的な管理であるとし、学校教育の大きな問題点としている。さらに、自ら「問う」ということが「学び」の必須の要件であるということに対する、教える側の認識が希薄であるとも述べている。教科書は、教師にとっても生徒にとっても、最も頼りにすべきものであることに鑑みれば、教科書を生かしながら、しかも生徒が活発に問題解決を行えるような具体的な学習過程のモデルを

構成すべきではないだろうか。

筆者は、後述するように、岡本（1998）の提起する授業形態と、日本がこれまで培ってきた問題解決的授業の統合をはかり、教科書を利用することで、問題解決的な授業構成にいかにつ加価値がつけられるかということについて考えていきたい。したがって、本研究の目的は、これまでの問題解決的授業のよさを生かしつつ、教科書利用によって、生徒達の学習がさらに進展するような授業プロセスについての視座を得ることである。この目的に迫るために、本稿では以下の点を検討する。

- ①教科書はどのような機能を持つのか
- ②日本の問題解決的授業の特徴について
- ③全面的に教科書を活用している問題解決的授業について
- ④②と③を統合するような視座を得ること

①について検討するために、教科書がどのような機能を持っているとされるのか、これまでの問題解決的授業でどのように教科書が活用されてきたのかを調べる必要がある。それらについての代表的な先行研究として、高倉（1995）と相馬（1997）が挙げられる。高倉（1995）は教科書が生徒に働きかける機能について述べている。また、相馬（1997）は「問題解決の授業」において、教師がどのように教科書を活用しているのかを整理している。そこで、両者を統合的に検討し、教科書が果たす機能を再整理することとした。②、③については、「問題解決の授業」についての

研究を行った代表的な研究者として、相馬（1997）と岡本（1998）を取り上げたい。相馬（1997）は日本の問題解決的授業の特徴を整理している。また、岡本（1998）は教科書を全面的に活用した問題解決的授業について述べている。そして、最後に④として、Leshら（2003）の教科書を含む人工物を活用した問題解決のプロセスについて検討すると共に、上に挙げた先行研究をまとめ上げることを通して、教科書を活用した問題解決についての視点やプロセスについてまとめてみたい。

2. 教科書の機能について

教科書は、教師にとっても生徒にとっても「主たる教材」である（文部省，1948）とわられてきた。また、臨教審（1987）では、生徒が使用する「学習材」としての教科書の性格を重視している。高倉（1995）は生徒が教科書を用いる場合に求められる教科書の機能として、具体的に以下の5点を挙げている。

- ①学習意欲喚起機能
- ②学習課題提示機能
- ③学習方法提示機能
- ④学習の個性化・個別化機能
- ⑤学習定着機能

以上のような教科書の機能を考えていくが、本研究の目的に迫るためには、問題解決的授業における教科書の機能を考えていかななくてはならない。そこで、相馬（1997）の教師による教科書の活用方法を調べ、高倉（1995）が示す教科書の機能と比較検討し、主に学習者の立場からの機能について吟味する。

相馬（1997）による教科書の活用方法とは、「(1) 問題提示としての活用」、「(2) 確認としての活用」、「(3) ヒントとしての活用」、「(4) 別解としての活用」、「(5) 例示としての活用」、「(6) まとめとしての活用」、「(7) 練習としての活用」、「(8) 宿題としての活用」である。高倉（1995）が示す教科書の機能と相馬（1997）による教科書の活用方法を、筆者なりに対応

づけると図 2.1 のようになる。

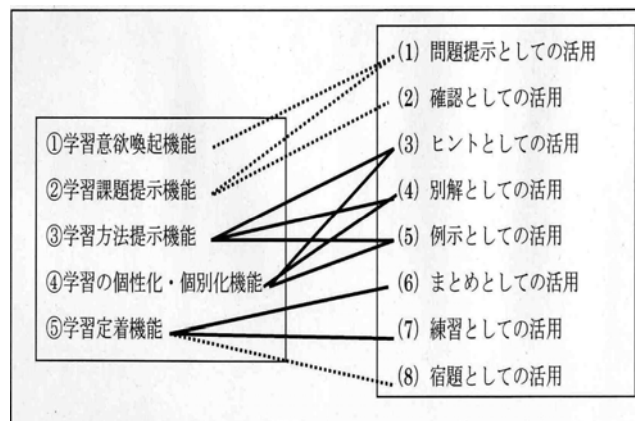


図 2.1. 高倉（1995）が示す教科書の機能と相馬（1997）による教科書の活用方法の対応づけ。

①学習意欲喚起機能とは、生徒が問題に対する必要感を感じ、自主的に学習を進めていくため、生徒の学習に対する興味を刺激し、意欲を喚起したりする（高倉，1995）ような教科書の働きのことである。例えば、日常生活的な状況や問題発生過程の説明となる扉の絵や挿絵などがそれにあたる。この機能は②～⑤の機能を考える上で前提となるものであり、教科書の随所に見られるものである。

この①学習意欲喚起機能は、相馬（1997）による教師の教科書の活用法としての「(1) 問題提示としての活用」を含む。「(1) 問題提示としての活用」とは、教科書の問題や写真、図をそのまま授業で扱う場合に教科書を開いて使う方法である。しかし、相馬（1997）は、教科書で問題の解決がなされている場合には、教科書は開かないで授業を進めることもあるとしている。

②学習課題提示機能とは、生徒が明確なねらいや課題意識を持って活動に取り組むことができるような課題を提示する働き（高倉，1995）のことである。例えば、教科書では、問題発生過程の説明や問題の目的に関する説明に表れている。

この②学習課題提示機能は、相馬（1997）

による教師の教科書の活用方法としての「(1) 問題提示としての活用」, 「(2) 確認としての活用」に関係するだろう。「(2) 確認としての活用」とは, 前の学習とつながりを持つ問題を提示するために教科書を使うことである。例えば, 予想するときや課題の解決の活動において, 共通に既習事項を確認したうえで問題を考えさせるために, 教科書を開き既習事項を確認するということである。

③学習方法提示機能とは, 生徒の問題に対する解決方法を考えるきっかけや, 解決方法の工夫を助けるような働きのことである。例えば, 教科書の模範解答や解決のための着眼点の示唆などがそれにあたる。数学の授業では, いろいろな解法を考えたり, 計算しやすくするための工夫を考えたりすることが行われている。したがって, 教科書がメタ認知(思考)の能力を育てる機能を持つことが必要である(高倉, 1995)。

この③学習方法提示機能は, 相馬(1997)による教師の教科書の活用方法としての「(3) ヒントとしての活用」, 「(4) 別解としての活用」, 「(5) 例示としての活用」と対応づけられるだろう。「(3) ヒントとしての活用」とは, 生徒がどのように解決したらよいか行き詰まったときに, 教科書の内容をヒントにさせるということである。「(4) 別解としての活用」とは, 教科書とは異なる考え方が出された場合に, 「こんな方法もある」というように教科書の解法を取り上げることである。「(5) 例示としての活用」とは, どのように解答を書けばよいのかということが問題になったときに, 基本的な解答の書き方として教科書の解法を参考にすることである。また, 解答の例示の他に, 正確な図や具体的な写真などを, 問題理解のために例示として活用する場合もある。

④学習の個性化・個別化機能とは, 一人ひとりの個性を生かすような働きのことである。学習の個性化という点についてみると, 学習過程や問題の答えに生徒一人ひとりの持ち味

を生かせるという観点から, オープンエンドな学習を促したり, 様々な考え方を提示したりという配慮が必要である(高倉, 1995)。例えば, 教科書では問題文作成の問題などがそれにあたる。また, 学習の個別化の点についてみると, 自己学習という観点から, 生徒が一人で教科書の内容を読んでも分かるようにして, 予習・復習に役立てられるような配慮が要請されよう。教科書において, いくつかの問題の解決過程がそれぞれ丁寧に書かれているところにそのことが表れている。

この④学習の個性化・個別化機能は, 相馬(1997)による教師の教科書の活用方法としての「(3) ヒントとしての活用」, 「(4) 別解としての活用」, 「(5) 例示としての活用」に関係するだろう。

⑤学習定着機能とは, 学習の成果を定着させるために, 「こういうことがわかった」「こんなことができるようになった」ということを意識させるような働きのことである。例えば, 教科書におけるまとめの文章がこの機能にあたる。それまでの学習過程を振り返ることで, 何のための学習であったかという学習の成果を自己評価することができる(高倉, 1995)。このように, 学習過程を振り返ることができれば, 新たな課題や方法の追究につなげることができる。

この⑤学習定着機能は, 相馬(1997)による教師の教科書の活用方法としての「(6) まとめとしての活用」, 「(7) 練習としての活用」, 「(8) 宿題としての活用」と対応づけられるだろう。「(6) まとめとしての活用」とは, 授業で考え方や解き方をまとめたあとに, 教科書を開いて教科書のまとめ方を確認することである。相馬(1997)は, 「問題解決の授業」と教科書を関連づけるために教科書を活用するとしている。「(7) 練習としての活用」とは, 問題が解決したあとに類似問題を扱うことである。難易度や順序, 数値などに工夫がされている教科書の練習問題を活用することで,

確かな理解や定着が期待されるとしている。

「(8) 宿題としての活用」とは、宿題として教科書の問題を与えるということである。授業内容に関する問題を宿題にすることで、授業の復習ができたり、教科書と授業とがつながりやすくなったりするため、教科書の問題を宿題で扱う。

このように、③学習方法提示機能、④学習の個性化・個別化機能の 2 つの機能は、相馬 (1997) による教師の教科書の活用方法の (3) ～ (5) と重なり合っているため、少し整理が必要であろう。一方で、⑤学習定着機能は、相馬 (1997) による教師の教科書の活用方法 (6) ～ (8) の 3 つと関連しているため、この機能をまとめ、練習、宿題という面からもう少し広く捉えていきたい。

以上、高倉 (1995) が示す、生徒が使用する「学習材」としての教科書に求められる機能と、相馬 (1997) が示す、「問題解決の授業」における教師による教科書の活用方法を比較しながら述べたが、問題解決的授業において、教科書が生徒に働きかける可能性のある機能についてまとめることにする。

①学習意欲喚起機能

扉の絵や挿絵による問題状況の提示、問題意識の醸成

②学習課題提示機能

問題意識の焦点化、前の学習とのつながりをつけるような問題の提示、クラス全体で共通して探究できる問題の提示

③学習方法提示機能

模範解答、吹き出しなどによる解法の道筋の示唆、別解としての考え方の示唆、メタ思考的な能力を育てる機能

④学習の個性化・個別化機能

多様な見方、考え方の示唆、オープンエンドな問題の提示、問題の解決過程の詳述

⑤学習定着機能

学習成果の振り返りと自己評価の示唆、生徒の意識を新たな課題や追究へとつなげ

ること、確かな理解や定着

教科書はこれら諸機能を持っているため、問題解決的授業においても、これらの機能が生かされることが望ましいと考える。そのためには、教科書の機能が生きる問題解決的授業の展開とはどのようなものかを考えていかななくてはならない。

3. 教科書を活用するという点からの問題解決的授業の再考

3.1. 問題解決的授業についての相馬 (1997) の見解

3.1.1. 相馬 (1997) の研究の特徴

相馬 (1997) は、結論がすでに示されているような解決を導いていく授業ではなく、生徒が「発見の喜び」や「考える楽しさ」を感じるような授業を目指している。そして、前者のような授業を「説明中心の授業」、後者の授業を「問題解決の授業」としている。相馬 (1997) の捉える「問題解決の授業」を具体的にするためにも、「説明中心の授業」と「問題解決の授業」で扱われる問題と授業形態を比較する。

「説明中心の授業」では、図 3.1 のような問題が提示される。

下のような計算をすると、連続する 2 つの整数の 2 乗の差は、それらの 2 数の和に等しくなることを証明しなさい。

$$5^2 - 4^2 = 9$$
$$8^2 - 7^2 = 15$$
$$24^2 - 23^2 = 47$$
$$(-9)^2 - (-10)^2 = -19$$

図 3.1. 「説明中心の授業」で提示される問題。

教師が上のような問題を提示し、生徒に自力解決させ、最後に教師がまとめるような授業では、自力解決を伴うので「問題解決の授業」と呼ばれることもあるが、相馬 (1997) にとっては「説明中心の授業」であり、この

ような授業では、生徒は証明の必要性を感じることが少ない、また、多様な考えが出されにくい、学習の幅が広がらないとしている。そのため、生徒は「数学のおもしろさ」を感じることができないだろうと述べている。

数学の授業は、本来、発見や感動、達成感などの場面が多く、このような気持ちを抱かせ、生徒の意識を「数学のおもしろさ」に向けるためには、次のような「問題解決の授業」が適していると述べている。

「問題解決の授業」では、次のⅠ～Ⅴの段階を経る。

- Ⅰ 問題の提示
- Ⅱ 予想
- Ⅲ 課題
- Ⅳ 課題の解決
- Ⅴ 問題の解決

例えば、「Ⅰ 問題の提示」では図 3.2 のような問題が提示されるが、問題を書く前に連続する 2 つの整数の 2 乗の差を 4 つ板書する。そして、「この計算の結果について、どのようなことが言えるのだろうか」という問題を口頭で伝え、その後に問題を板書する。

下のように、連続する 2 つの整数の 2 乗の差を計算した。

この計算の結果について、どんなことがいえるだろうか。

$$5^2 - 4^2 = 9$$

$$8^2 - 7^2 = 15$$

$$24^2 - 23^2 = 47$$

$$(-9)^2 - (-10)^2 = -19$$

図 3.2. 「問題解決の授業」で提示される問題.

「Ⅱ 予想」とは、生徒が問題の結果や考え方について見当をつけることである。相馬 (1997) は、生徒からは、例えば「差は 2 数の和に等しい」、「はじめの整数の 2 倍から 1 を引く」、「あとの整数の 2 倍に 1 を足す」などという予想が出されたと述べている。そして、それぞれの予想について、負の数の場合

も含めて、いくつかの具体的な数で確かめ、どれも言えそうであるとなったようである。

相馬 (1997) は、このように「予想」することは大きな意義を持つとし、「問題解決の授業」において、積極的に位置づけている。なぜなら、「予想」することで、教師の提示による問題から生徒が設定する課題へと接続されるからである。相馬 (1997) は、ここに、生徒が自ら、意欲的に考えようとすることの原点を見出すことができるとしている。

「Ⅲ 課題」とは、Ⅱの活動に対して「本当?」、「なぜ?」という疑問を抱き、それぞれの予想を証明しようという意欲を示すような段階である。実際に、文字を使って証明しようという意欲を示す生徒の姿が見られたようである。

「Ⅳ 課題の解決」とは、動機づけられた課題に対して、自分なりに考え、証明する段階である。相馬 (1997) は、「差は 2 数の和に等しい」という予想に対しては、次のような解決が行われたと述べている。

- ア) 始めの整数を x とすると、

$$x^2 - (x-1)^2 = 2x-1$$
- イ) 始めの整数を x 、後の整数を y とすると、

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

$$= x+y$$

「Ⅴ 問題の解決」とは、予想した事柄が全て成り立つことを証明し、はじめの問題が解決する段階である。

このように、「問題解決の授業」では、授業全体を通して生徒の主体的な取り組みが重視され、それを可能にするものが、「予想の位置づけ」と「問題から課題への展開」だと考えられる。

3.1.2. 基本的な授業プロセスと教科書活用に関連

相馬 (1997) は、生徒にとって教科書の存在は大きいため、「問題解決の授業」にとって

教科書は欠かすことができないものであるとし、特に「Ⅳ 課題解決」の場面で多く用いている。そして、「授業で考え、まとめたことは、教科書のこのことだ」ということを生徒がとらえられるようにするため、授業と教科書とを関連づけることを授業の基本としている。しかし、教科書をそのまま教える授業ではなく、有効な場面で必要に応じて教科書を活用する（相馬，1997）というように教科書を位置づけている。したがって、「問題解決の授業」における教科書は、教師によってコントロールされながら学習方法、別解、解決方法の示唆、また問題集として活用されている。

3.1.1, 3.1.2 をまとめるために、相馬（1997）の「問題解決の授業」を簡単な図（図 3.3 参照）にした。

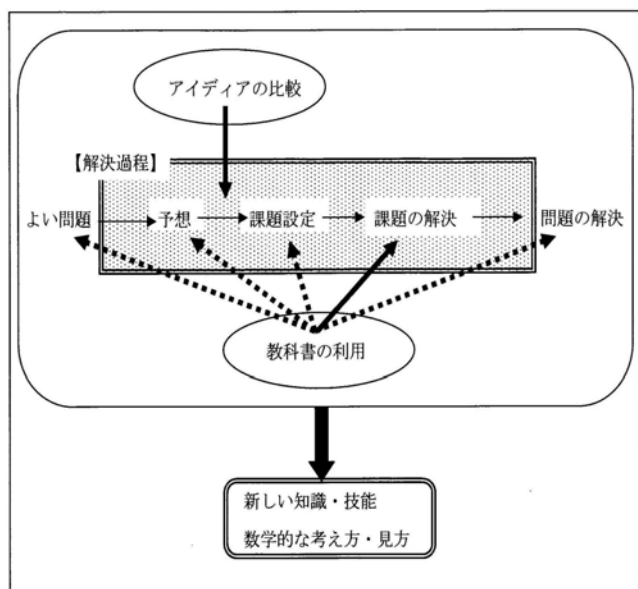


図 3.3. 相馬（1997）の「問題解決の授業」の流れ。

本研究では、日本の問題解決的授業のよい面を、この相馬（1997）の研究から抽出したい。

まず、教師が提示する「問題」と生徒が設定する「課題」の区別である。つまり、ある特定の問題解決において、より一般的な疑問を、真の「課題」として再設定し、そこから

原理・原則などを構成することである。

「問題」の解決過程において、生徒は原問題でなく、その解決過程から、さらなる疑問や明らかにしたい事柄を持つ。相馬（1997）の「問題解決の授業」では、これを「課題」として設定する。そして、「問題解決の授業」は、生徒自身が抱いた「課題」を追究する学習形態であるため、生徒は学習意欲を持ち、主体的に授業に取り組むようになると考えられている。

次に、相馬（1997）は、生徒の意識を「問題」から「課題」へのつながりをつけるために、「予想」する活動を設けている。「予想」することによって、生徒は「予想したことは、本当に正しいのだろうか?」、「予想したことのどこがおかしいのだろうか?」などの気持ちが生じ、「問題」や「課題」を解決しようとする目標や必要感につながり、「問題」や「課題」を解決することに意欲的に取り組むようになるとしている。また、相馬（1997）は「予想」を練り上げる活動にも力を入れている。

「予想」する活動では生徒に自由に考察させるため、異なる予想が出される。生徒は異なる予想に直面すると、それらについても考えてみようと思うので、学習の幅が広がり、深まるとしている。したがって、生徒は考え方を追究し、練り上げていくようになる。そして、生徒自身から生まれた「課題」が解決すると、これまでのプロセスを振り返りながらはじめの問題を解決する。さらに、相馬（1997）は、このような授業を行うことで、数学的な見方や考え方、新たな知識・技能を身に付けることができるとしている。

本研究では、この「問題解決の授業」の構成をベースにした、教科書利用の展開を考えていきたい。しかし、教科書の利用について、相馬（1997）は、有効な場面で必要に応じて教科書を活用すると述べ、また、指示があるまで教科書は開かないという約束をし、例えば、「予想」や「課題」の段階では教科書を

用いることはあまりしないと述べているように、「問題解決の授業」を進める上で、教科書はコントロールされながら用いられている。確かに、「予想」の段階において、教科書を見て、そこからアイデアを得るならば、自らアイデアを生み出す能力を育てるという目標に対する弊害への懸念が存在するだろう。一方で、教科書は、教師も生徒も最も頼る「学習材」とであるという前提に立ち返るなら、教科書利用を教師がコントロールすることなく、教科書が参照されるべきであろう。こうしたジレンマを解決するために、教科書を全面的に活用している岡本（1998）が提起する問題解決的授業を参考にし、問題解決的授業における有効な教科書利用の位置づけの手がかりとしたい。

3.2. 問題解決的授業についての岡本（1998）の見解

3.2.1. 岡本（1998）の研究の特徴

岡本（1998）は「問う」ことを学びの中核にし、「論文づくり」を問題解決的授業の中核に据えている。「論文づくり」では生徒自身の「問い」を解決し、自分なりの結論を出すことを目的としている。生徒が「問い」を持つための準備段階として、教師の働きかけの他に、生徒に教科書を一通り読む活動をさせる。そして、教科書を読んでよく分からない箇所や疑問に思ったことなど、自分の「問い」を論文の題目にする。つまり、教科書という文化財の記述自体を問題の発生源と捉える。

「論文づくり」にあたって、どのような方法をとるかは生徒に任される。例えば、教科書を読む、学校や市の図書館の文献で調べる、他の生徒と相談をする、教師に質問をするなど自由である。そして、論文の中で出された「問い」の解決は、正しいかどうかには焦点が置かれるのではなく、自らの明確な課題意識があり、自ら調べ、考えた結果があるかどうかには焦点が置かれる。したがって、生徒の論

文には自分なりの意見や主張、問題提起があるということになる（図 3.4 参照）。

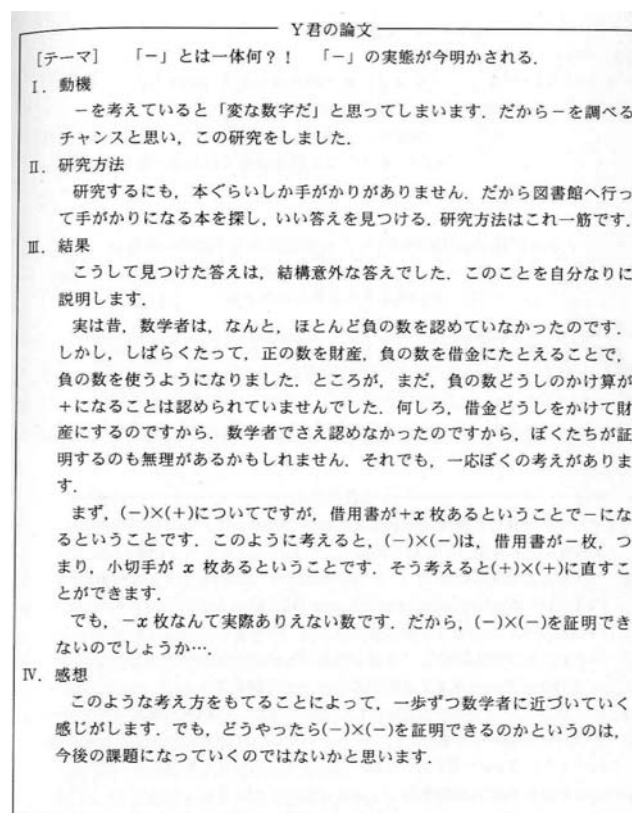


図 3.4. 生徒が作成した論文。

このように、「論文づくり」で数学の世界を調べたことによって、生徒は数学を自分の中に再構築することができている。さらに、数学がつくられたプロセスを意識することで、数学が矛盾なくつくられているという数学観を伝えようということが窺える。あるいは、文化財の伝達・継承・発展が目指されているとも言える。

岡本（1998）は、単に、教科書にあるような問題を解くのではなく、生徒一人ひとりが設定した問い（研究テーマ）を追究する「論文づくり」の活動を設けることで、価値ある数学を創り上げることができるようにしている。また、このような学習活動で、最終的に、その題材に関して扱うべき通常の内容がほぼ網羅されるとしている。しかし、生徒が個別にテーマを設定し、論文発表してい

く授業では、生徒によって、学習する単元に濃淡ができてしまう場合があるのではないかと、この点についてはやや疑問が残る。

3.2.2. 教科書の活用の点から

上でも述べたが、岡本（1998）は生徒が「問い」を持つための準備段階の一つとして、教科書を学習対象として熟読する活動を挙げている。そして、問題解決過程において、生徒が必要な情報をどこからどれだけ得ようと、論理的な整合性があるならどんな手段や方法をとろうとよしとしている。したがって、岡本（1998）の問題解決的授業では、生徒が自由に教科書の内容を参照できるようにしている。そのために、教科書が学習の道具としてだけでなく、対象として機能するようにしている。

3.2.1, 3.2.2 をまとめるために、岡本（1998）の問題解決的授業を簡単な図（図 3.5）に示す。

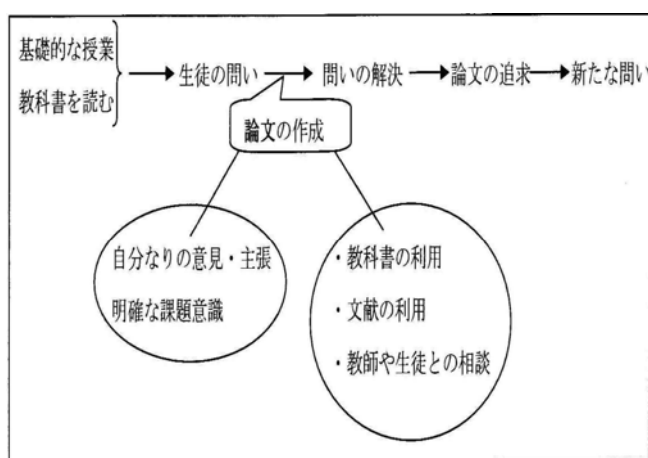


図 3.5. 岡本（1998）の問題解決的授業の流れ。

しかし、岡本（1998）の問題解決的授業を採用するならば、従来の問題解決的授業を大幅に見直す、あるいは、教師の意識を大きく変えることが必要になる。筆者は、大幅な改革というよりは、漸進的な改善（ヒーバート、J, 2002）が、授業改善には必要ではないかと考える。したがって、基本的な授業プロセスは、日本のよい問題解決的授業をベースに

考えていきたい。ただし、岡本（1998）も、生徒の「問い」が学習の中核に据えられていれば、全体で「問い」を追究していく従来の問題解決的授業展開でもよいと述べているように、日本の問題解決的授業を生かしつつ、岡本（1998）の視点を取り入れることも可能ではないかと思われる。

そのためには、教科書の記述にも疑問を抱き、よりよい記述に変えていくという社会文化的な精神が同時に必要だと考えられる。教師がこの目的を追加することで、教科書は単に生徒に解決のアイディアや結果を与えてしまうものではなく、正当な考察の対象として成立する可能性が生じてくると考える。ここでは、日本の問題解決的な見方と社会文化的な見方の協応が要請されているように思う。

3.3. モデルの相互作用の視点からの問題解決的授業のとりえ方

本節では、相馬（1997）と岡本（1998）の問題解決的授業のプロセスを統合的に捉えて、それを意味づける視座として、Lesh ら（2003）の立場をとりあげたい。

Lesh ら（2003）の問題解決的授業では、生徒がつくり出した「モデル」と「モデリングのサイクル」が中核となる。Lesh ら（2003）が使用する「モデル」とは、問題解決過程で生徒の頭の中に生じるアイディア、種々の表現様式、さらには、生徒が扱える教具やコンピュータなどの人工物をも、広くモデルと捉える。そして、概念の重要な部分の一つのモデルに現れるのではなく、様々なモデルに分散して表れるという分散認知の立場をとる。例えば、連立方程式の意味はある一つのモデルに表されるのではなく、表、線分図、グラフ、式などのそれぞれに分散されていると見る。したがって、表→式→グラフなどの全体的な流れを見たり、表→式→表のように様々なモデルを行き来したりすることで概念の意味を統合的に理解できると捉えられる。つま

り、Lesh ら（2003）の問題解決的授業では、様々なモデルの「つながり」をつけるということが大きな目標となる。

したがって、Lesh ら（2003）は、問題解決過程で「モデリングのサイクル」が重要であると述べている。生徒がつくり出すモデルは、それに対応する原型がなければ発生しない。そして、原型からモデルをつくり、様々なモデルを関連づけ発展させるためには、「モデリングのサイクル」がなされなければならない。「モデリングのサイクル」とは次の四段階を含む。(a) 現実の（もしくは想像された）世界からモデルの世界への写像を確立する記述 (*description*)、(b) 元々の問題解決の状況に関連した予想、もしくは活動を生み出すためのモデルのうまい処理 (*manipulation*)、(c) 適切な結果を現実の（もしくは想像された）世界へ戻す翻訳 (*translation*)（もしくは予想）、(d) 活動と予想の有用性を確証 (*verification*)。

「モデリングのサイクル」が行われる過程でモデルの発達が行われるのだが、発達が起こるためのプロセスを次のように述べている。

- ・多様性—様々な考え方が利用できる
- ・選択—生産的でない考え方が洗練され、改訂され、拒絶される
- ・普及—生産的な考え方が概念的な展望を通して、広がり統合される
- ・保存—生産的な考え方が時間を超えて保存される

このようなプロセスを経ることで、モデルが発展し、生徒の能力は高まるとしている。

4. モデルの相互作用の視座からの問題解決的授業における教科書利用の位置づけ

本研究では、教科書を生徒に解法を教えるものとしてだけでなく、多様な見方の一つに組み込む問題解決的授業を構想したい。この授業では、教科書の記述を一つのモデルとし、様々なモデルを行き来することで問題解決をしていくことを大事にしたい。つまり、教科

書の内容は、一つのモデル、しかも中心的な考え方を示唆するものの、むしろ、他に出されたアイディアとの「つながり」を理解することを授業の目標として位置づけて、教科書の考え方が結論を導くための道具だけではなく、思考の対象となるようにすることである。

こうした考え方は、日本の問題解決的授業が重視しているもう一つの考え方である、多様な見方・考え方を生かすという点に近いものであろう。多様な考え方の生かし方については、古藤（1990）が詳しく述べている。ここでは、問題についての解決方法を理解するだけでなく、さらに、生徒たちが自分自身の力で「数学をつくっていく」（*doing mathematics*）という、算数を学習する真の醍醐味を感得することができると述べているが、本研究では、生徒の考えだけでなく、広く人工物をも含めてモデルとし、様々なモデルの相互作用を考える。この「練り上げ」の活動を分析する視点として、Lesh ら（2003）が提案する「多様性、選択、普及、保存」が活用できると考える。

生徒から多様な考えが出される（「多様性」）ことで、それらの考え方の比較が行われる。この活動には、異なる考えについて、結論の導き方は正しいか、目的と照らし合わせて適切か、などの検討や修正が含まれる（「選択」）。そして、検討、修正された考えを、さらに、「簡潔さ」「的確さ」等の有用性の観点から、比較、検討する（「普及」）。最後に、これまでの「練り上げ」のプロセスを振り返ったり、練り上げられた考えを用いて他の問題を解いてみたりすることで、最も適した考えを自分なりにまとめる（「保存」）。

こうしたプロセスをより機能させる上でも、岡本（1998）の視点、つまり、教科書の内容に疑問を持ち、自分なりに記述を改めたり付加したりするなどして、生徒が数学を学ぶ姿を想定することが重要であると考え。本研究では、授業と並行して、生徒による「私な

りの教科書づくり」の活動を行いたい。この活動では、各生徒は既存の教科書をベースにして、授業での様々なアイデアや活動、あるいは、授業外で調べたことなどをもとに、自分なりに分かりやすい記述にしたり、行間を埋めるように内容を付加したりして、「私なりの教科書づくり」を行い、生徒同士互いに鑑賞することを想定している。この目標の下では、他者の話をよく聞き、教師の板書の意味を理解しようしたり、教科書の記述を批判的に吟味したりするだろう。したがって、教科書の内容が、考え方を与えることを超えて、それ自体が思考の対象となることが期待される。また、見方を変えれば、「私なりの教科書づくり」は、それを伝える他者を想定することになるため、文化の伝達・継承・発展を行うことにもつながる活動であろう。

5. おわりに

本稿で検討してきた研究の立場を、以下の3つの視点からまとめることにする。

まず、授業プロセスに関する視点については、主に相馬（1997）の「問題解決の授業」を検討して、問題から課題へのつながり、予想する活動、「練り上げ」を重要な授業プロセスとして導出した。そして、このプロセスを基本としつつ、教科書が最大限活用される2つの方策が、本稿で吟味してきたことであり、結論にもなる。

一つは、学習方法に関する視点である。つまり、生徒一人ひとりのアイデアや教科書の知識、教具などでの活動、表現などを個々のモデルと考え、それらの「つながり」を問うことを授業の展開に位置づけることである。ここでは、教科書の内容は、表面的にアイデアを提供する道具としてでなく、それ自体、考察、吟味の対象となることが期待される。

次に、学習目標に関する視点である。ここでは、授業と並行して、生徒による「私なりの教科書づくり」の活動を設ける。この活動

で、生徒は教科書の内容を自分なりに改善したり、付加したりする生徒の姿が予想でき、さらに、教科書が考察の対象になることが考えられる。これにより、学習内容のより深い理解も期待できよう。

今後の課題として、具体的に授業を構成し、実証的検討を行う。そして、この分析を通して、問題解決プロセスにおいて、教科書が生徒に果たす機能を、再検討していきたい。

【引用・参考文献】

- 飯田慎司. (1990). 問題解決. 岩合一男編, 算数・数学教育学(pp. 135-149). 福村出版.
- 石田忠男. (1991). 問題解決. 数学教育学研究会編, 新算数教育の理論と実際(pp. 163-178). 聖文社.
- 石田忠男, 川寄昭三. (1987). 算数科問題解決指導の教材開発. 明治図書.
- 古藤怜. (1990). 算数科 多様な考え方の生かし方まとめ方. 東洋館出版社.
- Lesh, R. and Doerr, H. (2003). *Beyond Constructivism : Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching*. Lawrence Erlbaum Associates. 3-33.
- 文部省. (1948). 教科書の発行に関する臨時措置法, 第2条.
- 岡本光司. (1998). 生徒が「数学する」数学の授業. 明治図書.
- 臨時教育審議会. (1987). 教育改革に関する第三次答申.
- 相馬一彦. (1997). 数学科「問題解決の授業」. 明治図書.
- スティグラー, J., ヒーバート, J. 湊三郎訳. (2002). 日本の算数・数学教育に学べる米国が注目する *jugyou kenkyuu*-. 教育出版.
- 高倉翔. (1995). 「学習材」としての教科書に機能と要件. 細野二郎他, 「学習材」としての教科書の機能に関する基礎的研究 (pp. 251-257). 教科書研究センター.